

Akustik Sinyallerle Hedef Sınıflandırmada Bulanık Kümelendirme ve İstatistiksel Yöntemler *

Birsel Ayrulu ve Billur Barshan
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü
Bilkent Üniversitesi, Bilkent 06533 Ankara
E-posta: billur@ee.bilkent.edu.tr

Özetçe

Hedef ilkellerinden derlenen akustik örüntülerin bulanık kümelendirme ve en yakın komşuluk, kernel kestirimini ve parametrik yoğunluk fonksiyonu kestirimini gibi istatistiksel yöntemlerle işlenmesine dayalı hedef sınıflandırma ve konum kestirim problemi ele alınmaktadır. Parametrik olmayan yöntemlerle daha iyi sonuçlar elde edilmiştir.

1 Giriş

Bu çalışmada sonar sinyalleri ile hedef sınıflandırmada bulanık kümelendirme ve istatistiksel yöntemlerin karşılaştırılması yapılmaktadır. Akıllı sistemler birçok uygulamada, bulundukları ortamın modelinin tamamını veya bir kısmını duyuculardan yararlanarak elde ederler. Bulundukları ortamındaki düzlem (duvar), köşe, kenar ve silindir gibi sıkılıkla karşılaşılan hedef ilkellerini ayırdedebilmeleri gerekmektedir.

2 Bulanık Kümelendirme

Bir veri kümesi içindeki örüntüleri kendi aralarındaki benzerliklere göre gruplandırma amacıyla geliştirilen bulanık c -ortalama kümelendirme algoritmasında [6, 5] aşağıdaki amaç işlevi, bulanık üyelik değerleri μ_{ij} ve küme merkezleri \mathbf{V}_i 'ye göre en küçültür:

$$J_m = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^N (\mu_{ij})^m \| \mathbf{X}_j - \mathbf{V}_i \|_{\mathbf{A}}^2 \quad (1)$$

Bu eşitlikte $\| \mathbf{x} \|_{\mathbf{A}}^2 = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x}$ dir. \mathbf{A} , $d \times d$ boyutunda pozitif tanımlı matris, d girdi örüntüleri \mathbf{X}_j 'lerin boyutu ($j = 1, \dots, N$), N toplam örüntü sayısı, ve $m > 1$ üyelik değeri μ_{ij} için elde edilen kümelerin bulanıklıklarını denetleyen ağırlıklandırma kuvvetidir. Algoritma şöyle özetlenebilir: (i) üyelik değerleri μ_{ij} 'leri $\sum_{i=1}^c \mu_{ij} = 1$ olacak şekilde ilklendir, (ii) $i = 1, 2, \dots, c$ değerleri için küme merkezleri \mathbf{V}_i 'leri Denklem (2)'den hesapla, (iii) μ_{ij} 'leri Denklem (3)'den hesapla, (iv) J_m 'in azalması durana kadar (ii). ve (iii). basamakları tekrarla.

$$\mathbf{V}_i = \frac{\sum_{j=1}^N (\mu_{ij})^m \mathbf{X}_j}{\sum_{j=1}^N (\mu_{ij})^m} \quad (2)$$

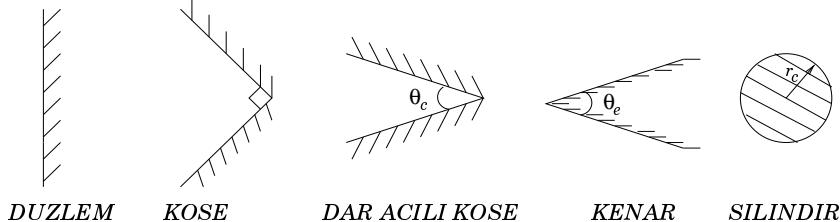
$$\mu_{ij} = \frac{\left(\frac{1}{\| \mathbf{X}_j - \mathbf{V}_i \|_{\mathbf{A}}^2} \right)^{\frac{1}{m-1}}}{\sum_{i=1}^c \left(\frac{1}{\| \mathbf{X}_j - \mathbf{V}_i \|_{\mathbf{A}}^2} \right)^{\frac{1}{m-1}}} \quad (3)$$

*Bu çalışma TÜBİTAK 197E051 projesi tarafından desteklenmiştir.

Algoritmanın en büyük dezavantajı toplam küme sayısı c 'nin önceden kestirilememesidir. Bu nedenle, herhangi bir veri kümesi için en uygun toplam küme sayısını bulabilmek için küme geçerlilik ölçüyü uygulamak gerekmektedir. Bu amaçla, [9]'da veri kümesi, geometrik uzaklık ölçütü, küme merkezleri arasındaki uzaklık ve bulanık üyelik değerlerine bağlı bir geçerlilik ölçütü önerilmiştir:

$$S = \frac{\sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^N \mu_{ij}^2 \| \mathbf{V}_i - \mathbf{X}_j \|^2}{N \min_{i,j} \| \mathbf{V}_i - \mathbf{X}_j \|^2} \quad (4)$$

S ne kadar küçükse oluşturulan kümeler o kadar tıka ve ayıktır.



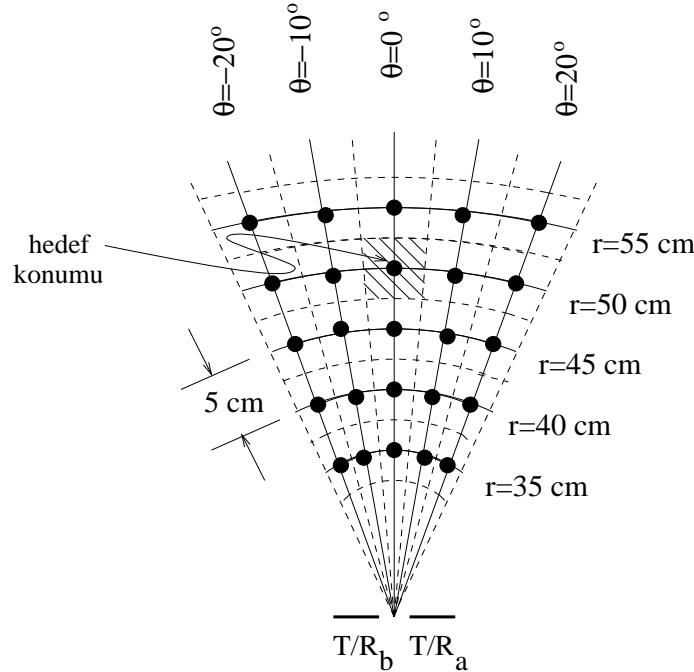
Şekil 1: Bu çalışmada sınıflandırılan hedef ilkellerinin yatay kesitleri.

Yapmış olduğumuz çalışmada, herbiri yüksekliği 1.2 m olan tahtadan yapılmış düzlem, köşe, kenar, 60° 'lık dar açılı köşe ve 2.5, 5.0 ve 7.5 cm yarıçaplı üç adet silindir kullanıldı (Şekil 1). Cisimlerin herbiri Şekil 2'de gösterilen 25 ayrı konuma yerleştirilerek akustik algılama ünitesi tarafından -52° den 52° 'ye kadar 1.8° 'lik adımlarla tarandı. Herbir hedef türü ve herbir konum için 58 örnekten oluşan dörder adet genlik ve uçuş süresi sinyali elde edilerek 700 görüntü setinden oluşan bir veri kümesi oluşturulmuştur. Herbir küme bir hedef türüne karşı gelmekte ve herbir kümede 100 görüntü bulunmaktadır. Aşağıdaki vektör gösterimleri ile iki ayrı veri kümesi oluşturulmuştur:

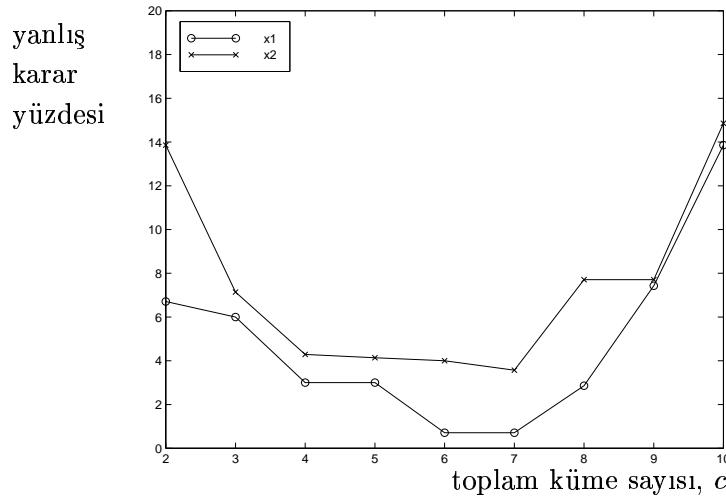
$$\mathbf{x}_1 : [A_{aa}(\alpha), A_{bb}(\alpha), \frac{A_{ab}(\alpha)+A_{ba}(\alpha)}{2}, t_{aa}(\alpha), t_{bb}(\alpha), \frac{t_{ab}(\alpha)+t_{ba}(\alpha)}{2}]$$

$$\mathbf{x}_2 : [A_{aa}(\alpha) - A_{ab}(\alpha), A_{bb}(\alpha) - A_{ba}(\alpha), t_{aa}(\alpha) - t_{ab}(\alpha), t_{bb}(\alpha) - t_{ba}(\alpha)]$$

Bu iki veri kümesi ve bulanık c -ortalama kümelendirme algoritması kullanarak toplam küme sayısı $2 \leq c \leq 10$ için bulunmuştur. Bu işlemlerde \mathbf{x}_1 için $d = 348$, \mathbf{x}_2 için ise $d = 232$ 'dir. Bütün veri kümeleri için $N = 700$, $m = 1.3$ ve \mathbf{A} matrisi $d \times d$ boyutunda birim matris olarak alınmıştır.



Şekil 2: Ayrık hedef konumları.



Şekil 3: \mathbf{x}_1 ve \mathbf{x}_2 vektör gösterimlerini içeren veri kümelerinde bulanık c -ortalama kümelendirme algoritmasıyla elde edilen yanlış karar yüzdeleri.

c	2	3	4	5	6	7	8	9	10
\mathbf{x}_1	0.191	0.168	0.163	0.161	0.158	0.157	0.163	0.176	0.185
\mathbf{x}_2	0.218	0.198	0.194	0.190	0.188	0.179	0.198	0.199	0.209

Tablo 1: S 'nin \mathbf{x}_1 ve \mathbf{x}_2 vektör gösterimlerini içeren veri kümelerinde hesaplanan değerleri.

İki farklı veri kümesi için S 'nin değerleri Tablo 1'de gösterilmiştir. En küçük S değerleri bütün veri kümelerinde $c = 7$ de elde edilmiştir. Bu sonuçlar her iki veri kümesinde de en uygun küme sayısının beklentiği gibi 7 olduğunu göstermektedir. Hedef türlerini yanlış sınıflandırma yüzdeleri bütün c değerleri için hesaplandı (Şekil 3). Bu sonuçlara göre en düşük yanlış sınıflandırma yüzdesi %3.57 toplam küme sayısı yedi ($c = 7$) için \mathbf{x}_2 vektörlerini içeren veri kümesinde elde edildi. \mathbf{x}_1 vektörlerini içeren veri kümesinde ise bu değer %0.71 olup $c = 6$ ve $c = 7$ değerlerinde elde edildi. İki veri kümesi karşılaştırıldığında ilki ile daha düşük yanlış sınıflandırma yüzdeleri elde edildiği görülmektedir.

3 İstatistiksel Örüntü Tanıma

w_i sınıfından gelen bir nesnenin vektör gösterimi \mathbf{x} , Ω_i bölgesine düşüyorsa sözkonusu nesne w_i sınıfına dahil edilir. $p(w_i)$, değeri önceden bilinen, bir nesnenin w_i sınıfına ait olma olasılığını gösterrsün. Vektör gösterimi \mathbf{x} 'e sahip olan bir nesnenin sınıflandırılması için *sonsal olasılık* $p(w_i|\mathbf{x})$ değerleri karşılaştırılır ve nesne eğer $\forall i \neq k$ için $p(w_k|\mathbf{x}) > p(w_i|\mathbf{x}) \implies \mathbf{x} \in \Omega_k$ ise nesne sınıf w_k 'ya dahil edilir. Bu sıkça kullanılan sınıflandırma kuralı *Bayes en küçük hata kuralı* olarak adlandırılır. Fakat, sonsal olasılık değerleri genellikle bilinmediği için bunların kestirilmesi gerekmektedir. Bu kural Bayes kuramı kullanılarak daha uygun bir şekilde yazılabilir:

$$p(w_i|\mathbf{x}) = \frac{p(\mathbf{x}|w_i)p(w_i)}{p(\mathbf{x})} \quad (5)$$

Sonuç olarak $\forall i \neq k$ için $p(\mathbf{x}|w_k)p(w_k) > p(\mathbf{x}|w_i)p(w_i) \implies \mathbf{x} \in \Omega_k$ olur. Bu eşitliklerde kullanılan $p(\mathbf{x}|w_i)$ 'ler önceden bilinmeyen sınıf-koşullu olasılık yoğunluğu işlevleri (SKOYİ)'dir. Vektör gösterimlerinden oluşan ve SKOYİ'lerin kestirilmesinde kullanılan kümeye *tasarım* ya da *öğrenme kümesi* denir. Herhangi bir sınıflandırma kuralının başarımı da yine vektör gösterimlerinden oluşan ve *deneme kümesi* olarak adlandırılan farklı bir küme üzerinden ölçülebilir. SKOYİ'nin kestirilmesi için birçok istatistiksel yöntem bulunmaktadır. Bu yöntemler parametrik ve parametrik olmayan yöntemler

olarak iki ana grupta toplanabilir. Parametrik olmayan yöntemlerde SKOY \hat{I} 'lerin parametrik şekilleri hakkında herhangi bir varsayımda bulunulmaz. Bu yöntemlerin en büyük dezavantajı oluşturulan tasarım kümesinin saklanması gereklidir. [7]’de gösterildiği üzere sonlu örnekler üzerinden kestirilen herhangi bir SKOY \hat{I} 'nin daima yanlış olmasıdır. Parametrik olmayan SKOY \hat{I} kestirim yöntemleri arasında, histogram, kernel kestirim, en yakın k komşuluk, ve seri yöntemleri sayılabilir. Bunlardan histogram yöntemi artık çok fazla kullanılmamaktadır. Seri yöntemi ise küçük boyutlu durumlar için uygundur. Parametrik yöntemlerde ise ilk olarak olasılık yoğunluğu işlevinin parametrik şekli hakkında bir varsayımda bulunulur daha sonra da ilgili parametre değerleri kestirilir. Çoğunlukla en büyütüne olabilirlik kestirimini kullanılmaktadır. Sınıflandırma kuralı genelleştirilerek $\forall i \neq k$ için $q_k(\mathbf{x}) > q_i(\mathbf{x}) \implies \mathbf{x} \in \Omega_k$ şeklinde yazılabilir. Bu eşitlikteki q_i işlevlerine *ayırımlı işlevleri* denilir.

3.1 En Yakın k Komşu Yöntemi

Bu yöntemde SKOYİ aşağıdaki eşitlik kullanılarak kestirilir:

$$\hat{p}(w_i | \mathbf{x}) = \frac{\hat{p}(\mathbf{x} | w_i) \hat{p}(w_i)}{\hat{p}(\mathbf{x})} = \frac{k_i}{k} \quad (6)$$

Bu eşitlikte k , bir vektör gösteriminin en yakın komşularının sayısını, k_i ise bu komşuların kaçının sınıf w_i 'ye ait olduğunu göstermektedir. Kullanılan sınıflandırma kuralı şu şekilde özetlenebilir: eğer $\max_i(k_i) = k_m$ ise, \mathbf{x} vektörü sınıf w_m 'e aittir. Bu yöntemin en önemli dezavantajı, k değerinin seçimi için belirli bir kural olmamasıdır.

3.2 Kernel Kestirimi

Kernel kestirimi ilk olarak Parzen tarafından önerilmiştir [4]. Bu yöntemde, SKOYİ kestirimleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\hat{p}(\mathbf{x}|w_i) = \frac{1}{n_i h} \sum_{j=1}^{n_i} K\left(\frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_j}{h}\right) \quad (7)$$

Bu eşitlikteki \mathbf{x} , kestirimin yapıldığı nokta, \mathbf{x}_j 'ler $j = 1, \dots, n_i$ değerleri için tasarım kümesinde bulunan örnekler, n_i , w_i sınıfında bulunan toplam örnek sayısı, h yayılma veya düzleştirme parametresidir. $K(\mathbf{z})$ ise $K(\mathbf{z}) > 0$ ve $\int K(\mathbf{z})d\mathbf{z} = 1$ koşullarını sağlayan kernel islevidir.

Gauss kernelleri kullanıldığı zaman $p(\mathbf{x}|w_i)$ 'in kestirimi şu şekilde yazılabilir:

$$\hat{p}(\mathbf{x}|w_i) = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \frac{1}{(2\pi)^{(d/2)} |\Sigma|^{1/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_j)^T \Sigma^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_j) \right] \quad (8)$$

Bu eşitlikteki d , \mathbf{x} vektörünün boyutudur. Çoğunlukla kestirim içerisindeki gereken hesaplama işlemlerinin cokluğu nedeniyle Σ yerine diagonal matris kullanılır. Bu durumda:

$$\hat{p}(\mathbf{x}|w_i) = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \frac{1}{(2\pi)^{(d/2)} h_1 \cdots h_d} \prod_{m=1}^d \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{(x_m - x_{jm})^2}{h_m} \right] \quad (9)$$

Bir diğer basitleştirme işlemi ise $m = 1, \dots, d$ değerleri için $h_m = h$ alınarak sağlanabilir:

$$\hat{p}(\mathbf{x}|w_i) = \frac{1}{n_i h^d (2\pi)^{(d/2)}} \sum_{j=1}^{n_i} \prod_{m=1}^d \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{(x_m - x_{jm})^2}{h} \right] \text{ olur.} \quad (10)$$

3.3 Normal Modeller ile Yapılan Parametrik Yoğunluk Kestirimi

Bu yöntemde, herbir SKOYİ'nin çok değişkenli Gauss dağılımı olduğu varsayılar:

$$p(\mathbf{x}|\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{n_i}) = \frac{1}{(2\pi)^{(d/2)} |\boldsymbol{\Sigma}_i|^{1/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_i)^T \boldsymbol{\Sigma}_i^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_i) \right], \quad i = 1, \dots, N \quad (11)$$

Bu eşitlikteki $\boldsymbol{\mu}_i$ 'ler sınıf ortalamasını, $\boldsymbol{\Sigma}_i$ 'ler de sınıf-kovaryans matrisini göstermektedir. $\theta_i = (\boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i)$ parametreleri tasarım kümesi üzerinden bir takım kestirim yöntemleri ile kestirilir. Daha önce de belirtildiği gibi sıkça kullanılan kestirim yöntemi en büyütlen olabilirlik kestirimidir. Bu yöntem ile kestirilen parametreler aşağıda verilmiştir:

$$\hat{\boldsymbol{\mu}}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \mathbf{x}_j \quad \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} (\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu}_i)(\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu}_i)^T \quad (12)$$

Normal modeller kullanılarak yapılan parametrik yoğunluk kestirimini heteroskedastik ve homoskedastik olmak üzere iki ana grupta toplanmaktadır. Homoskedastik modellerde bütün sınıflar için aynı sınıf-kovaryans matrisi kullanılır. Yani bütün $i = 1, \dots, N$ değerleri için $\boldsymbol{\Sigma}_i = \boldsymbol{\Sigma}$ 'dır. Genellikle $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}$, $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_i$ 'lerin ağırlıklı ortalaması olarak alınır. Heteroskedastik modellerde ise herbir sınıf için farklı sınıf-kovaryans matrisi kullanılır.

$k :$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
hedef türü										
düzlem	100(100)	100(100)	100(100)	100(100)	100(100)	100(100)	100(100)	100(100)	100(100)	100(100)
köşe	100(97)	100(100)	100(100)	100(100)	100(100)	100(100)	100(100)	100(100)	100(100)	100(100)
kenar ($\theta_e = 90^\circ$)	100(100)	100(100)	100(100)	100(100)	100(100)	100(100)	100(100)	100(100)	100(100)	100(100)
dar açılı köşe ($\theta_c = 60^\circ$)	99(83)	99(83)	99(83)	99(83)	99(83)	99(83)	99(83)	99(80)	99(83)	95(81)
silinder ($r_c = 2.5$ cm)	96(71)	96(71)	96(65)	97(65)	93(63)	93(67)	93(67)	88(67)	88(74)	88(74)
silinder ($r_c = 5.0$ cm)	92(79)	95(81)	91(79)	94(80)	91(79)	89(75)	84(72)	86(73)	81(74)	83(75)
silinder ($r_c = 7.5$ cm)	93(50)	89(48)	92(53)	85(53)	89(51)	85(56)	83(58)	61(41)	67(47)	63(38)
ortalama (\mathbf{x}_1 için)	97(83)	97(83)	97(83)	96(83)	96(82)	95(83)	94(83)	91(80)	91(83)	90(81)
düzlem	100(60)	100(64)	100(60)	100(60)	100(64)	100(64)	95(61)	95(58)	85(53)	85(50)
köşe	100(94)	100(97)	100(97)	100(97)	98(96)	98(96)	98(93)	98(99)	98(93)	98(93)
kenar ($\theta_e = 90^\circ$)	100(87)	98(69)	97(72)	97(72)	97(72)	97(72)	97(72)	95(58)	92(56)	92(56)
dar açılı köşe ($\theta_c = 60^\circ$)	98(73)	97(72)	98(76)	96(75)	97(76)	96(72)	93(70)	87(67)	89(72)	90(72)
silinder ($r_c = 2.5$ cm)	96(78)	96(78)	96(78)	96(78)	92(76)	93(80)	92(80)	93(87)	88(81)	87(77)
silinder ($r_c = 5.0$ cm)	94(74)	96(72)	92(70)	94(74)	94(71)	94(74)	90(72)	86(70)	79(70)	80(70)
silinder ($r_c = 7.5$ cm)	95(51)	92(50)	95(58)	87(51)	86(50)	81(51)	82(51)	60(44)	68(48)	64(42)
ortalama (\mathbf{x}_2 için)	98(74)	97(72)	97(73)	96(72)	95(72)	94(73)	92(71)	88(69)	86(68)	85(66)

Tablo 2: \mathbf{x}_1 ve \mathbf{x}_2 için k -en yakın komşuluk yöntemi ile elde edilen doğru karar yüzdeleri.

3.4 Deneysel Çalışmalar

Yukarıda sözü edilen iki tasarım kümesi için iki farklı deneme kümesi oluşturuldu. Deneme kümesi I, herbir hedef Şekil 2'de gösterilen 25 konumdayken alınan toplam 700 örüntüden oluşmaktadır. Deneme kümesi II ise Şekil 2'deki 25 noktaya bağlı kalmaksızın kestirim düzlemi içerisinde rastgele yerlere konularak derlenen ölçümleler oluşturulmuştur.

İlk olarak, kullanılan yedi hedefi ayırdetmek için en yakın k komşu yöntemi kullanıldı. Bu yöntemde k 'nin değerleri 1 ile 10 arasında değişmektedir. Herbir hedef türü için elde edilen doğru sınıflandırma yüzdeleri Tablo 2'de verilmiştir. Bu tablolarda parantezden önce verilen sonuçlar deneme kümesi I'den, parantez içindeki sonuçlar ise deneme kümesi II'den alınan sonuçlardır. En yüksek ortalama doğru sınıflandırma yüzdeleri $k = 1$ değerinde elde edildi. Deneme kümesi I için elde edilen sonuçlar birçok durum için deneme kümesi II sonuçlarından daha yüksektir. Ayrıca, ortalama doğru karar yüzdeleri k değeri artarken düşmektedir. Vektör gösterimleri \mathbf{x}_1 ve \mathbf{x}_2 için, deneme kümesi I'den alınan ortalama doğru karar yüzdeleri $k = 6$ değerine kadar karşılaştırılabilir değerlerdir. Fakat, k 'nin bu değerinden sonra vektör gösterimi \mathbf{x}_1 için elde edilen sonuçlar vektör gösterimi \mathbf{x}_2 için elde edilen sonuçlardan daha iyidir. Ayrıca, deneme kümesi II için, k 'nın bütün değerlerinde vektör gösterimi \mathbf{x}_1 için elde edilen sonuçlar vektör gösterimi \mathbf{x}_2 için elde edilen sonuçlardan daha iyidir.

hedef türü	kernel kestirimi		normal model	
	\mathbf{x}_1	\mathbf{x}_2	\mathbf{x}_1	\mathbf{x}_2
düzlem	100(100)	100(87)	96(95)	88(71)
köşe	100(100)	100(100)	92(86)	58(52)
kenar ($\theta_e = 90^\circ$)	100(100)	100(100)	97(99)	100(100)
dar açılı köşe ($\theta_c = 60^\circ$)	100(97)	100(100)	69(68)	72(63)
silindir ($r_c = 2.5$ cm)	95(94)	99(90)	68(77)	85(69)
silindir ($r_c = 5.0$ cm)	95(88)	95(71)	44(35)	45(33)
silindir ($r_c = 7.5$ cm)	99(93)	100(77)	65(56)	55(58)
ortalama	99(93)	99(89)	76(74)	71(63)

Tablo 3: Kernel kestirimi ve homoskedastik normal modeller ile parametrik yoğunluk kestirimi ile elde edilen doğru karar yüzdeleri.

İkinci olarak, herbir tasarım kümesine Gauss kernel kestirimi uygulanmıştır. Elde edilen doğru sınıflandırma yüzdeleri Tablo 3’de verilmiştir. Kernel kestirimi ile en yakın k komşu yönteminden daima daha iyi sonuçlar elde edilmiştir. Vektör gösterimleri \mathbf{x}_1 ve \mathbf{x}_2 için deneme kümesi I’de elde edilen ortalama doğru karar yüzdeleri sırasıyla %99 ve %99, deneme kümesi II’de %93 ve %89dur.

Üçüncü olarak, herbir sınıfın (hedef türünün) SKOYİ’leri kestirmek amacıyla normal modeller kullanarak parametrik olasılık yoğunluk işlevi kestirim yöntemi kullanıldı. Homoskedastik normal model ile elde edilen doğru karar yüzdeleri Tablo 3’ün sağ tarafında verilmiştir. Ancak, bu yöntemle elde edilen sonuçlar parametrik olmayan kernel kestirimi ve en yakın k komşu yöntemi ile alınan sonuçlardan daima daha kötüdür.

4 Sonuçlar

Kullanılan bütün yöntemlerde \mathbf{x}_1 vektör gösterimi daha iyi sonuç vermiştir. Deneme kümesi I ile elde edilen yüzdeleri bekleniği gibi deneme kümesi II ile elde edilen yüzdelere göre daha büyütür. Kullanılan parametrik olmayan yöntemler (en yakın k komşuluk ve kernel kestirimi) parametrik yoğunluk kestirimi ve doğrusal ayırım analizinden daha iyi sonuç vermiştir.

Kaynakça

- [1] B. Ayrulu and B. Barshan. Identification of target primitives with multiple decision-making sonars using evidential reasoning. *Int. J. Robot. Res.*, 17(6):598–623, Haziran 1998.
- [2] B. Barshan and R. Kuc. Differentiating sonar reflections from corners and planes by employing an intelligent sensor. *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, 12(6):560–569, Haziran 1990.
- [3] B. Barshan, B. Ayrulu, and S. W. Utete. Neural network based target differentiation using sonar for robotics applications. *IEEE Trans. Robot. Automat.*, 16(4):435–442, Ağustos 2000.
- [4] E. Parzen. On estimation of a probability density function and mode. *Ann. Math. Stat.*, 33:1065–1076, 1962.
- [5] J. C. Bezdek. *Fuzzy Mathematics in Pattern Classification*. Doktora Tezi, Cornell Univ., Dept. of Applied Mathematics, Ithaca, NY, 1973.
- [6] J. C. Dunn. A fuzzy relative of the ISODATA process and its use in detecting compact well-separated clusters. *J. Cybernetics*, 3:32–57, 1974.
- [7] M. Rosenblatt. Remarks on some non-parametric estimates of a density function. *Ann. Math. Stat.*, 27:832–837, 1956.
- [8] S. W. Utete, B. Barshan, and B. Ayrulu. Voting as validation in robot programming. *Int. J. Robot. Res.*, 18(4):401–413, Nisan 1999.
- [9] X. L. Xie and G. Beni. A validity measure for fuzzy clustering. *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, PAMI-13(8):841–847, Ağustos 1991.